

Das Europäische Schwere- und Geoidprojekt (EGGP) der Internationalen Assoziation für Geodäsie

Heiner Denker

Zusammenfassung

Der vorliegende Beitrag beschreibt einleitend die Bedeutung und Entwicklung der Geoid- und Quasigeoidmodellierung und nennt einige der am Institut für Erdmessung (IfE) der Leibniz Universität Hannover durchgeführten Untersuchungen zur hochauflösenden Schwerefeldmodellierung, die schließlich zur Berechnung verschiedener europäischer Geoid- und Quasigeoidmodelle geführt haben. Seit 2003 werden entsprechende europäische Geoid- und Quasigeoidmodellierungen im Rahmen eines »Commission 2 Projects« der Internationalen Assoziation für Geodäsie (IAG) durchgeführt. Nach einem Überblick über das »European Gravity and Geoid Project (EGGP)« wird der derzeitige Stand bei der Datensammlung sowie bei der Berechnung aufdatierter Quasigeoidmodelle dargestellt. Dabei zeigt sich ein erheblicher Genauigkeitsgewinn durch die Nutzung der globalen Geopotentialmodelle aus der GRACE-Mission, aber auch neue oder revidierte terrestrische Schwerefelddatensätze führen in allen untersuchten Fällen in Zentraleuropa zu weiteren signifikanten Verbesserungen. Die derzeitigen Resultate belegen, dass Quasigeoidberechnungen mit einem Genauigkeitspotential von etwa 3–5 cm über kontinentale Bereiche und 1–2 cm über kürzere Entfernungen bis einige 100 km möglich sind, vorausgesetzt die Ausgangsdaten liegen in entsprechender Qualität und Quantität vor.

Summary

The present contribution describes the importance and development of geoid and quasigeoid modelling in Europe with the focus on high resolution gravity field modelling studies performed at the Institut für Erdmessung (IfE) of the Leibniz Universität Hannover. These investigations led to the development of various European geoid and quasigeoid models. Since 2003, the corresponding computations are carried out within the framework of a »Commission 2 Project« of the International Association of Geodesy (IAG). At first, an overview is given on the »European Gravity and Geoid Project (EGGP)«. Then the current state of the data collection is outlined and updated quasigeoid models are presented. Significant accuracy improvements are achieved by utilizing global geopotential models from the GRACE mission, but also new or revised gravity field data sets lead to additional improvements in all investigated cases. The results indicate an accuracy potential of the gravimetric quasigeoid models in the order of 3–5 cm at continental scales and 1–2 cm over shorter distances up to a few 100 km, provided that high quality and resolution input data are available.

1 Einleitung

In der Geodäsie wird heute in den drei Kernbereichen Positionierung und Bezugssysteme, Erdrotationsbestimmung sowie Schwerefeldmodellierung eine Relativgenauigkeit von 10^{-9} angestrebt und auch schon weitgehend erreicht (10^{-9} entspricht etwa 6 mm in Bezug auf den Erdradius). Bei der Schwerefeldmodellierung stellen insbesondere die GNSS-Positionierung sowie die Ozeanographie und Geophysik die höchsten Genauigkeitsanforderungen. So werden heute bei der Transformation zwischen geometrischen GNSS-Höhen und Schwerefeldhöhen sowie bei der Modellierung der Meeresflächentopographie für den Parameter Geoid bzw. Quasigeoid sowohl regional als auch global durchweg Genauigkeiten im Zentimeter- bis in den Subzentimeterbereich hinein gefordert. Dadurch ist die Bedeutung der Geoid- bzw. Quasigeoidmodellierung auch aus wirtschaftlichen Gründen enorm gestiegen – so spricht Prof. Torge bereits 1982 von einer »Renaissance des Geoids« (Torge 1982).

Bei den Beobachtungstechniken dominierten zunächst astronomisch beobachtete Lotabweichungen, die zu entsprechenden astrogeodätischen Geoidberechnungen führten (z.B. Wolf 1949, Heitz 1969, Levallois und Monge 1978). Ab etwa 1960 kamen dann globale Schwerefeldmodelle aus der Analyse von Satellitenbahnbeobachtungen und ab etwa 1980 Resultate der Satellitenaltimetrie hinzu. Ab den 1970er Jahren erfolgten verstärkt Kombinationen der globalen Satellitenmodelle mit gravimetrischen Daten in Form von Mittelwerten (z.B. Lelgemann 1974). Besonders zu nennen ist hier das Europäische Gravimetrische Geoid EGG1 (Torge et al. 1982), das erstmals europaweit eine Genauigkeit von etwa 0,5 m lieferte. Daneben wurden auch kombinierte astrogravimetrische Berechnungen für Deutschland (Lelgemann et al. 1981) und Europa (Brennecke et al. 1983) durchgeführt. Wegen der begrenzten Auflösung und Genauigkeit der Eingangsdaten konnten diese Lösungen jedoch nur eine Genauigkeit im »dm«-Bereich erreichen.

Seitdem hat eine Vielzahl von sich wechselseitig beeinflussenden technologischen und methodischen Entwicklungen stattgefunden, so dass heute durch Kombination von hochauflösenden Schwere- und Topographiedaten mit einem globalen Erdschwerefeldmodell das »cm-Geoid« regional erreicht wird und global in absehbarer Zeit möglich erscheint. Besonders zu erwähnen sind hier die Entwicklung leistungsfähiger Computer, die effektive Beobachtung von Schwerewerten sowie die Sammlung der Messungen in Datenbanken, die Bereitstellung hochauflösender Geländemodelle, die operationelle Verfügbarkeit

hochgenauer Satellitenaltimeterdaten sowie die enormen Genauigkeitssteigerungen bei der Schwerefeldanalyse aus Satellitenbeobachtungen bis hin zu den derzeit laufenden Satellitenmissionen CHAMP (Start 2000) und GRACE (Start 2002) sowie der kommenden Mission GOCE (Start 2007). Die Satellitenmissionen erlauben aufgrund der erforderlichen Flughöhen nur eine hochgenaue Bestimmung der langwelligen Schwerefeldanteile. So können Geoidhöhen bis zum Kugelfunktionsgrad $l=30$ (entspricht einer Auflösung bzw. halben Wellenlänge von 650 km) mit einer Genauigkeit von 1 cm mit Hilfe von CHAMP-Daten bestimmt werden (Reigber et al. 2004a). Bei der GRACE-Mission wird entsprechend eine Genauigkeit von 1 mm bis $l=40$ (500 km Auflösung) und 1 cm bis $l=80$ (250 km Auflösung) erreicht (Reigber et al. 2004b, Tapley et al. 2005), so dass damit erstmals auch globale zeitliche Geoidänderungen mit Amplituden bis etwa 10 mm aufgedeckt werden konnten, die im Wesentlichen auf hydrologische Effekte zurückzuführen sind (Tapley et al. 2004). Mit der kommenden GOCE-Mission wird schließlich eine Geoidgenauigkeit von 1–2 cm bis $l=200$ (100 km Auflösung) erwartet (ESA 1999). Auch mit der GOCE-Mission beträgt der Vernachlässigungsfehler (Geoidanteile, die nicht im Modell enthalten sind) jedoch immer noch einige Dezimeter, so dass nur durch eine Kombination der Satellitenmodelle mit terrestrischen Schwere- und Höhendaten eine Geoidbestimmung mit »cm«-Genauigkeit über das gesamte Spektrum (alle Wellenlängen) möglich ist. Dabei ergänzen sich die Satelliten- und terrestrischen Datensätze optimal, wobei die Satellitenbeobachtungen die langwelligen Feldanteile hochgenau liefern, während die regional vorhandenen Schwere- und Topographiedaten im Wesentlichen die kurzwelligen Feldstrukturen beitragen.

Das Institut für Erdmessung (IfE) war bereits frühzeitig (seit 1970) bei entsprechenden Untersuchungen zur hochauflösenden und hochgenauen Schwerefeldmodellierung involviert. Ausgehend vom lokalen Testnetz Westharz (Torge 1977) haben besonders die von 1975–1985 im Rahmen des SFB 149 »Vermessungs- und Fernerkundungsverfahren an Küsten und Meeren« durchgeführten Arbeiten zu wesentlichen Fortschritten in der regionalen und globalen Schwerefeldapproximation geführt (z.B. Torge et al. 1984). Hieraus sind u. a. das gravimetrische Quasigeoid EGG1 (European Gravimetric Geoid 1) für Europa und angrenzende Meeresbereiche (Torge et al. 1982) sowie eine darauf basierende astrogravimetrische Lösung für Europa (Brennecke et al. 1983) hervorgegangen; die Genauigkeit dieser Lösungen lag im »dm«-Bereich. Der Übergang zu Genauigkeiten im cm-Bereich gelang erstmals durch die Kombination hochauflösender Punktschwere- und Topographiedaten mit einem globalen Erdschwerefeldmodell in einem Testgebiet nahe Hannover (Denker und Wenzel 1987). Entsprechende Berechnungen mittels spektraler Kombination bzw. Kollokation nach kleinsten Quadraten wurden dann auf Norddeutschland (Denker 1988), die alten Bundesländer (Denker 1989)

und schließlich auf das gesamte Europa (z.B. Quasigeoidmodell EGG97, Denker und Torge 1998) ausgedehnt. Weitere Einzelheiten zur Entwicklung und zum jeweiligen Stand der Geoidmodellierung in Europa enthalten die früheren Beiträge in dieser Zeitschrift von Torge et al. (1983), Torge und Denker (1991), Denker (1996) und Torge und Denker (1999).

Die europäischen Geoid- und Quasigeoidberechnungen wurden am IfE von 1990 bis 2003 als Rechenstelle der IAG Geoid-Subkommission Europa durchgeführt und werden seitdem im Rahmen eines »IAG Commission Project« fortgesetzt; eine vollständige Neuberechnung ist bis 2007 geplant. Über den derzeitigen Stand des »European Gravity and Geoid Project (EGGP)« wird im Folgenden näher berichtet. Einen Schwerpunkt bilden dabei die in Zentraleuropa durch Nutzung von verbesserten Schwerefeld Datensätzen sowie GRACE-Geopotentialmodellen erzielten Fortschritte.

2 Projektübersicht

Die derzeit aktuellste publizierte Geoid- und Quasigeoidlösung für Europa stellt das Modell EGG97 (European Gravimetric Geoid 1997, Denker und Torge 1998) dar. Es wurde am IfE als Rechenstelle der IAG Geoid-Subkommission Europa mit Hilfe der spektralen Kombination erstellt und basiert auf hochauflösenden Schwere- und Topographiedaten sowie dem globalen Schwerefeldmodell EGM96 (Lemoine et al. 1998). Die Evaluierung des EGG97-Modells mit Hilfe von unabhängigen GPS- und Nivellementsdaten (GPS/Niv) zeigte deutlich, dass hierin noch langwellige Fehler bis zu einer Größenordnung von 0,1 bis 1,0 ppm enthalten sind, während über kürzere Entfernungen bis etwa 100 km die Übereinstimmung bei etwa 1–2 cm liegt, wenn Qualität und Verteilung der Eingangsdaten entsprechend gut sind (Torge und Denker 1999).

Seit der Erstellung des Modells EGG97 sind umfangreiche neue Datensätze verfügbar geworden. Dies sind neue globale Schwerefeldmodelle aus der CHAMP- und GRACE-Mission, neue nationale und globale Topographiemodelle, neue oder aufdatierte Schweredatensätze, verbesserte Altimeterresultate sowie GPS- und Nivellementsdaten. Daneben wurden auch Fortschritte bei der Kombination von Seegravimetrie- und Altimetriedaten erzielt und neue Modellierungstechniken wie z.B. Wavelets und die »Schnelle Kollokation« sind nahezu operationell einsetzbar. Aufgrund der genannten Fortschritte war zu erwarten, dass eine vollständige Neuberechnung des europäischen Geoids bzw. Quasigeoids zu wesentlichen Genauigkeitssteigerungen führt. Daher wurde auch bei der Generalversammlung der Internationalen Union für Geodäsie und Geophysik (IUGG) in Sapporo 2003 entschieden, diese Aufgabe durch ein »IAG Commission 2 Project« (mit der Nummer CP2.1) zu unterstützen. Dieses Projekt trägt den Namen »European Gravity and Geoid Project (EGGP)« und berichtet an die Subkom-

mission 2.4. Daneben bestehen enge Verbindungen zu anderen IAG-Organen und internationalen Institutionen (z.B. International Gravity Field Service, Bureau Gravimétrique International, National Geospatial-Intelligence Agency, EUREF usw.). Das Projekt läuft zunächst über einen Zeitraum von vier Jahren von 2003 bis 2007. Innerhalb des Projekts gibt es ein Steering-Committee (H. Denker (Chair), J.-P. Barriot, R. Barzaghi, R. Forsberg, J. Ihde, A. Kenyeres, U. Marti, I.N. Tziavos) und etwa 50 nationale Delegierte (Projektmitglieder) aus nahezu allen europäischen Ländern.

Die Strategie für die Neuberechnung eines europäischen Geoid- und Quasigeoidmodells im Rahmen des EGGP basiert auf der Remove-Restore-Technik, wobei hochauflösende Schwere- und Topographiemodelle mit einem aktuellen globalen Schwerefeldmodell (vermutlich aus der GRACE-Mission) kombiniert werden. Die topographischen Daten dienen im Wesentlichen zur Glättung der Schwerefeldbeobachtungen und damit zur Vermeidung von Alias-Effekten. Zur Kontrolle der gravimetrischen Geoid- und Quasigeoidmodelle werden GPS- und Nivellementsdaten benutzt. Falls GPS/Niv-Daten in ausreichender Qualität und Dichte vorliegen, ist auch eine kombinierte Lösung aus gravimetrischen und GPS/Niv-Daten geplant. Alle Daten werden auf einheitliche Bezugssysteme in Lage, Höhe und Schwere bezogen.

Die primäre Zielgröße der Berechnungen bildet die Quasigeoidhöhe oder Höhenanomalie, da diese Größe direkt aus Beobachtungen an der Erdoberfläche und im Außenraum der Erde berechenbar ist, ohne dass Annahmen über das Schwerefeld im Erdinnern erforderlich sind. Ein Geoidmodell kann schließlich durch Einführung eines Dichtemodells aus den Höhenanomalien abgeleitet werden, wobei das gleiche Dichtemodell wie bei der Berechnung entsprechender orthometrischer Höhen benutzt werden sollte. Die Modellberechnung wird zunächst mit Hilfe der spektralen Kombination mit Integralformeln (Wenzel 1981 und 1982) durchgeführt, da diese Methode die rechentechnisch günstigste Lösung darstellt. Hierbei erfolgt die Kombination der terrestrischen Daten mit einem globalen Geopotentialmodell durch spektrale Gewichte, die von der Genauigkeit der Eingangsdaten abhängen. Aufgrund der hohen Genauigkeit der globalen Modelle im langwelligen Bereich tragen die terrestrischen Daten im Wesentlichen nur die kurzwellige Schwerefeldinformation bei. Ferner ist eine unabhängige Berechnung mit dem Verfahren der schnellen Kollokation (Fast Collocation) geplant, das an der Polytechnischen Universität in Mailand entwickelt wurde (Sansò und Tscherning 2003). Beide Lösungen sollen Mitte 2007 vorliegen. Zwischenlösungen wurden in 2004, 2005 und 2006 vorgelegt (z.B. Denker et al. 2005).

Das Genauigkeitsziel der Neuberechnung ist 1 cm Relativgenauigkeit über Entfernungen bis zu einigen 100 km, während die derzeit erreichbare Absolutgenauigkeit bei etwa 2–3 cm liegt (Verbesserungen werden hier insbesondere noch durch die kommende GOCE-Mission erwartet).

Offensichtlich kann dieses Genauigkeitsziel nur in den Gebieten erreicht werden, in denen die Eingangsdaten (Schwere und Topographie) mit ausreichender Qualität und Quantität (Punktabstand) vorliegen. Die Datenanforderungen lassen sich aus theoretischen und numerischen Untersuchungen einschließlich der Spektralanalyse ableiten. Hieraus folgt, dass Schweredaten mit einem Abstand von 2–5 km sowie einer Genauigkeit von 1 mgal (weißes Rauschen; $1 \text{ mgal} = 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$) ausreichend sind (Denker 1988, Forsberg 1993); andererseits können sich aber auch kleinere systematische Schwerefehler, die über große Gebiete wirken, zu signifikanten Geoidfehlern aufintegrieren, so dass letztendlich der Anschluss an ein modernes Absolutschweresystem anzustreben ist. Für die Topographiemodelle genügt eine Auflösung von etwa 100 m bis 1000 m für alpines bis flaches Gelände; eine Genauigkeit von einigen 10 m ist dabei ausreichend.

Ein erhebliches Problem im Zusammenhang mit entsprechend hochauflösenden Schwere- und Topographie-daten stellt die Gewährleistung der Vertraulichkeit der Ursprungsdaten dar, die von den meisten Dateneignern gefordert wird. Aus diesem Grund wurde entschieden, nur ein Daten- und Rechenzentrum am IfE in Hannover einzurichten. Zusätzlich wird aber auch eine zweite vertrauliche Schweredatenbank beim Bureau Gravimétrique International (BGI), Toulouse, aufgebaut, um die Expertise des BGI zur Validierung und Grobfehlersuche bei großen Datensätzen zu nutzen. Die Speicherung der Schweredaten in der vertraulichen BGI-Datenbank erfolgt nicht automatisch, sondern erfordert zusätzliche Vereinbarungen zwischen dem BGI und den entsprechenden Dateneignern; die vertrauliche Schweredatenbank beim BGI hat außerdem keine Verbindung zu der frei zugänglichen BGI-Datenbank.

3 Gegenwärtiger Stand der Datenaufbereitung

Seit Projektbeginn im Jahre 2003 konnten umfangreiche neue Schweredatensätze akquiriert werden, u.a. für Deutschland, Belgien, Niederlande, Luxemburg, Schweiz, Österreich, Slowenien, Kroatien, Serbien und Griechenland. Weitere Länder (insbesondere in Osteuropa) haben ihre Unterstützung zugesagt und es wird daher erwartet, dass bis zum Projektende noch weitere umfangreiche Aufdatierungen der Schweredatenbank vorgenommen werden können. Weiterhin stehen die Schweredaten aus dem Arctic Gravity Project (Forsberg und Kenyon 2004) für die nördlichen Bereiche mit Breiten größer 64° N zur freien Verfügung (public domain). In Abb. 1 ist die Lage der Schweredaten für das gesamte Europa (oben), Belgien/Niederlande/Luxemburg und Umgebung (Mitte) sowie Schweiz/Österreich und Umgebung (unten) dargestellt; dabei ist jeweils im linken Teil der Status für das EGG97 und im rechten Teil der aktuelle Status 2006 gezeigt. Aus diesen Beispielen wird deutlich, dass die Schweredatenbank erheblich verbessert werden konnte. Außer-

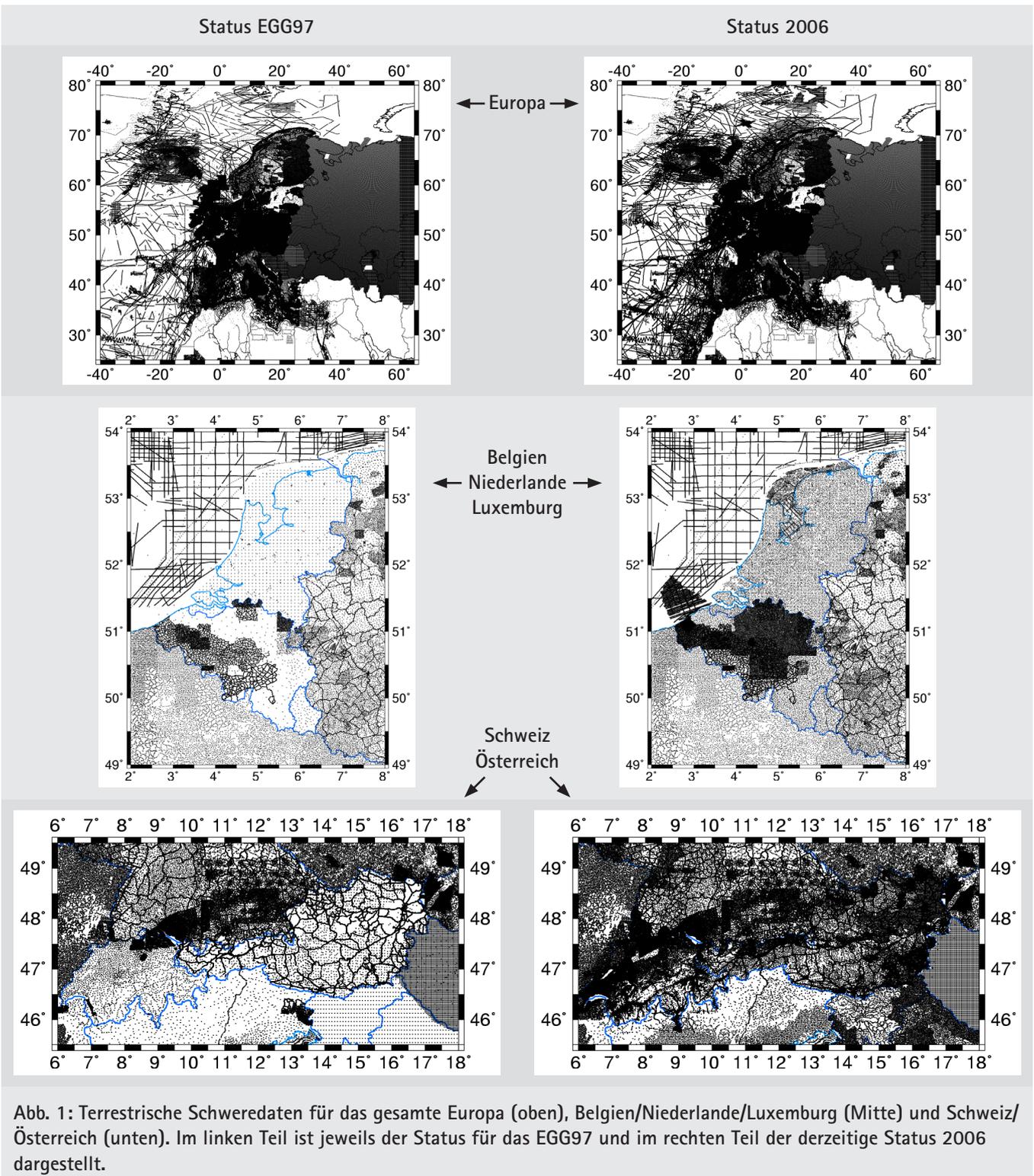


Abb. 1: Terrestrische Schweredaten für das gesamte Europa (oben), Belgien/Niederlande/Luxemburg (Mitte) und Schweiz/Österreich (unten). Im linken Teil ist jeweils der Status für das EGG97 und im rechten Teil der derzeitige Status 2006 dargestellt.

dem wurden nahezu alle älteren Datensätze revidiert und auf einheitliche Referenzsysteme in Lage (ETRS89, European Terrestrial Reference System 1989), Höhe (EVRS, European Vertical Reference System) und Schwere (Absolutschweresystem) bezogen. In der primären Projektdatenbank werden zunächst nur solche Datensätze gespeichert, für die alle notwendigen Informationen über die zugrunde liegenden Referenzsysteme vorhanden sind.

Erhebliche Fortschritte konnten auch bei der Sammlung und Prozessierung mariner Schweredaten erzielt werden

(Denker und Roland 2005). Die von verschiedenen Institutionen gesammelten Seegravimetermessungen wurden in einer gemeinsamen Kreuzungspunktausgleichung verarbeitet. Dabei wurde eine Niveauunbekannte pro Schiffstrack (Bias) ausgeglichen, um instrumentelle Fehler und Positionierungsfehler sowie fehlerhafte Hafenschlüsse usw. zu reduzieren. Es wurden ein Original- und ein editierter Datensatz generiert. In dem editierten Datensatz wurden Beobachtungen aus Kurvenfahrten, Daten im Roten Meer, kurze Tracks mit weniger als drei Punkten und

Schiffstracks mit großen Kreuzungspunktdifferenzen entfernt. Die Rms-Kreuzungspunktdifferenz betrug für den Originaldatensatz 15,5 mgal vor der Ausgleichung und 7,0 mgal nach der Ausgleichung; für den editierten Datensatz ergaben sich entsprechend Werte von 8,4 mgal vor der Ausgleichung bzw. 4,7 mgal nach der Ausgleichung. Die Leistungsfähigkeit der Kreuzungspunktausgleichung wurde ferner durch Vergleiche mit unabhängigen Schwereanomalien aus der Satellitenaltimetrie überprüft. Hierfür wurde der Datensatz KMS02 (Andersen et al. 2005) verwendet. Die Rms-Differenzen betrugen vor der Ausgleichung 18,0 mgal für den Originaldatensatz und 10,2 mgal für den editierten Datensatz. Durch die Kreuzungspunktausgleichung erfolgte eine weitere Reduktion der Rms-Differenz auf 7,8 mgal für den editierten Datensatz – durch die Editierung und Kreuzungspunktausgleichung konnten also die Differenzen zwischen seegravimetrischen und altimetrischen Daten um mehr als 50% verringert werden. In Teilgebieten (z.B. um Island herum) betragen die Rms-Differenzen zwischen KMS02 und den Schiffsdaten nur etwa 4 mgal. Alle neu prozessierten Schiffsdaten sind auch in Abb. 1 (oben rechts) enthalten.

Bei der Berechnung des Geoid- und Quasigeoidmodells EGG97 standen digitale Geländemodelle (DGM) mit einer Auflösung von etwa 200 m für die meisten Länder in Zentral- und Westeuropa zur Verfügung, während in den übrigen Gebieten gröbere Gitter mit Auflösungen von 0,5 km bis 10 km benutzt werden mussten. Nur für Deutschland war ein sehr hochauflösendes Modell mit einer Gitterweite von 1" x 1" (etwa 30 m) verfügbar. Mittlerweile haben auch die Schweiz und Österreich entsprechende Modelle mit einer Gitterweite von 1" x 1" zur Verfügung gestellt. Nach dem derzeitigen Stand sind insbesondere für Osteuropa keine hochauflösenden DGMs verfügbar, da entsprechende Daten nicht vorliegen oder aus Geheimhaltungsgründen nicht freigegeben werden können. Daher müssen in diesen Bereichen Füllwerte aus frei verfügbaren Datenquellen benutzt werden. Hierfür stehen jedoch mittlerweile wesentlich bessere Datensätze zur Verfügung als bei der Berechnung des EGG97-Modells. Besonders zu nennen sind hier die Resultate der Shuttle Radar Topography Mission (SRTM), die frei verfügbar mit einer Auflösung von 3" x 3" (etwa 100 m) vorliegen (SRTM3, JPL 2004). Der SRTM3-Datensatz deckt den Breitenbereich von etwa 54° S bis 60° N ab. Dementsprechend ist für die nördlichen Bereiche Europas eine weitere Datenquelle erforderlich; hierfür wird der Datensatz GTOPO30 (LP DAAC 2004) mit einer Auflösung von 30" x 30" (etwa 1 km) benutzt, der eine globale Überdeckung hat. Die SRTM3- und GTOPO30-Daten wurden

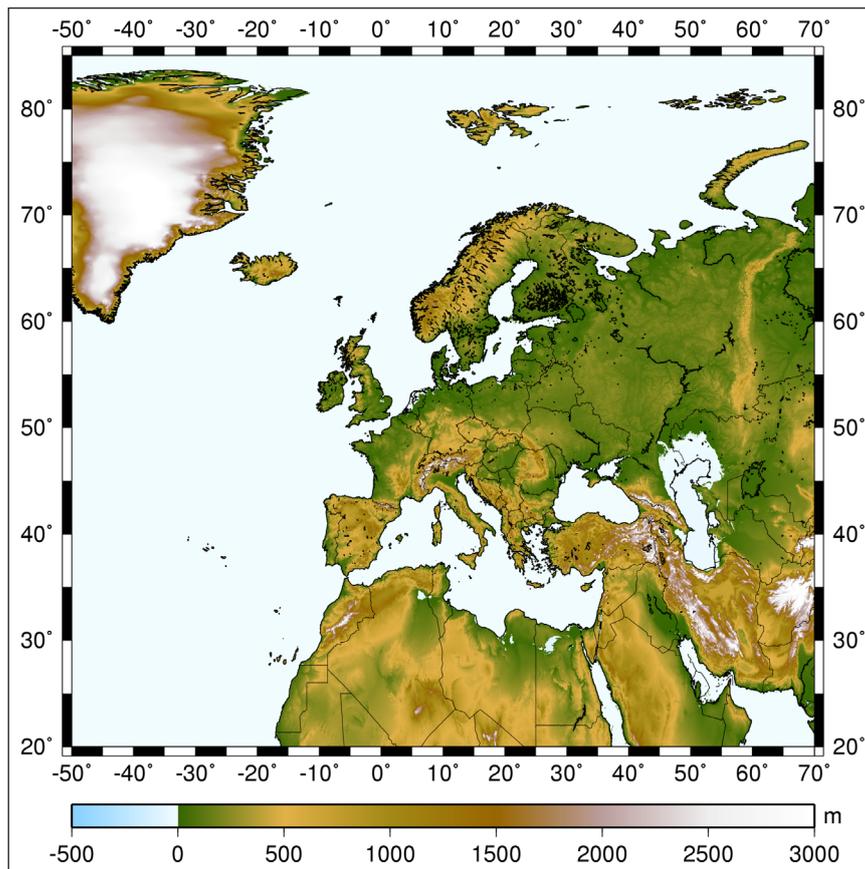


Abb. 2: Digitales Geländemodell für Europa mit einer Auflösung von 3" x 3".

durch Vergleiche mit hochauflösenden nationalen DGMs (z.B. in Deutschland, Österreich, Schweiz) evaluiert. Für den SRTM3-Datensatz ergab sich in Deutschland eine Rms-Differenz von etwa 8 m mit Maximalwerten bis zu 300 m; die größten Differenzen traten dabei in Braunkohletagebaugebieten auf und sind auf die unterschiedlichen Epochen der Datensätze zurückzuführen (Denker 2005). Die Evaluierung des GTOPO30-Datensatzes ergab, dass alle Längen um eine Gitterweite (30") erhöht werden sollten – dadurch reduzierten sich die Rms-Differenzen zu den nationalen DGMs um etwa 75%, so dass schließlich Werte von etwa 10 m in Zentraleuropa erhalten wurden. Alle vorhandenen nationalen und globalen DGMs wurden in ein einheitliches Gitter transformiert mit einer Blockgröße von 3" x 3" (Standardfall) bzw. 1" x 1" (Deutschland, Österreich, Schweiz). Bei der Zusammenführung aller Datensätze wurde den nationalen DGMs die höchste Priorität gegeben, dann folgten die SRTM3- und die GTOPO30-Daten. Bei der Transformation der nationalen Modelle wurde stets mit Hilfe der SRTM3- und GTOPO30-Daten über Korrelationstechniken der Lagebezug überprüft – dabei zeigten sich jedoch keine Probleme. Das erzeugte 3" x 3" Modell überdeckt den Bereich 20° N – 85° N und 50° W – 70° O (Abb. 2) und enthält insgesamt etwa 6,6 Mrd. Höhenwerte; die Anzahl der Höhen in dem 1" x 1" Modell (Deutschland, Österreich, Schweiz) beträgt etwa 1,7 Mrd. Insgesamt ergibt sich damit eine wesentlich verbesserte Datenbasis bei den Geländemodellen gegenüber der EGG97-Berechnung.

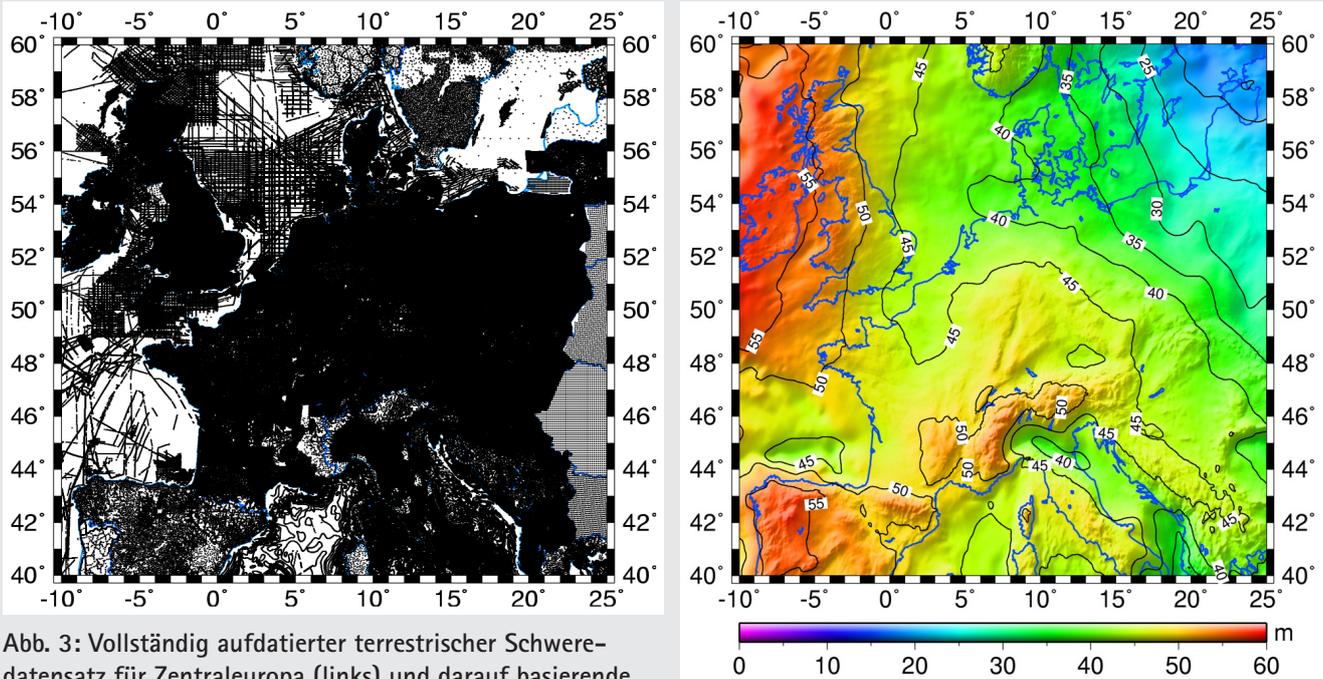


Abb. 3: Vollständig aufdatierter terrestrischer Schwere- datensatz für Zentraleuropa (links) und darauf basierende Quasigeoidlösung EGG06/GRACE (rechts; Werte in m).

Durch die neuen Satellitenmissionen CHAMP und GRACE wurden erhebliche Fortschritte bei der Bestimmung langwelliger Schwerefeldsignale erzielt, die auch zu entsprechenden Verbesserungen bei regionalen Geoid- und Quasigeoidberechnungen führen. Dies wird u. a. durch den akkumulierten Geoidfehler dokumentiert, der unterhalb von 1 cm verbleibt für sphärisch-harmonische Komponenten bis zum Grad $l=30$ (entspricht einer Auflösung bzw. halben Wellenlänge von 650 km) bei den CHAMP-Modellen (Reigber et al. 2004a) bzw. $l=80$ (500 km Auflösung) bei den GRACE-Modellen (Reigber et al. 2004b, Tapley et al. 2005); mit der kommenden GOCE-Mission soll der entsprechende Geoidfehler bei 1–2 cm bis $l=200$ (100 km Auflösung) liegen (ESA 1999). Dahingegen wird bei dem globalen Schwerefeldmodell EGM96 (Lemoine et al. 1998) ein Geoidfehler von 1 cm bereits beim Grad $l=8$ überschritten. Durch die Kombination der neuen CHAMP- und GRACE-Schwerefeldmodelle mit regionalen terrestrischen Daten guter Qualität (± 1 mgal) können erheblich verbesserte regionale Geoid- und Quasigeoidmodelle abgeleitet werden. Abschätzungen mit Hilfe von Gradvarianzen zeigen, dass Geoidgenauigkeiten von etwa 2–3 cm möglich sind mit Hilfe der GRACE-Modelle; dabei kommt der größte Beitrag aus den Kugelfunktionsgraden $l=90-360$. Die entsprechenden Fehlerschätzungen mit CHAMP-Modellen bzw. EGM96 liegen bei etwa 4 cm bzw. 6 cm.

4 Gegenwärtiger Stand der Geoidberechnung

Bisher wurden mehrere Testrechnungen durchgeführt. Dabei wurde zunächst mit dem Schwere Datensatz der EGG97-Berechnung gearbeitet; anstelle des globalen

Schwerefeldmodells EGM96 wurden jedoch die neueren CHAMP- und GRACE-Modelle eingesetzt. Weiterhin wurden sowohl der Schwere- als auch der Topographiedatensatz aufdatiert und für Neuberechnungen genutzt. Während die Aufdatierung der Topographiemodelle nahezu abgeschlossen ist (nur für Teile von Skandinavien erfolgt derzeit noch eine Aktualisierung), liegt ein vollständig aufdatierter Schwere Datensatz derzeit nur für Zentraleuropa (Bereich $40^{\circ}\text{N}-60^{\circ}\text{N}$, $10^{\circ}\text{W}-25^{\circ}\text{O}$) vor. Dieser Datensatz wurde umfassend auf grobe Fehler untersucht; die Lage der Stationen ist in Abb. 3 (links) dargestellt. Alle weiteren noch erforderlichen Aufdatierungen sollen bis spätestens Anfang 2007 abgeschlossen werden. Alle Berechnungen erfolgten auf der Grundlage der Remove-Restore-Technik mit Hilfe der spektralen Kombination mit Integralformeln. Zur effektiven Auswertung der Integralformeln wurden 1D-FFT-Techniken eingesetzt. Die erforderlichen spektralen Gewichte wurden auf der Grundlage der vorhandenen Fehlerschätzungen der globalen Modelle und der terrestrischen Daten abgeleitet. Topographische Reduktionen wurden mit Hilfe der RTM-Methode (RTM steht für »residual terrain model«, Forsberg und Tschering 1981) berechnet. Das Rechengebiet überdeckt den Bereich $20^{\circ}\text{N}-85^{\circ}\text{N}$, $50^{\circ}\text{W}-70^{\circ}\text{O}$ (siehe Abb. 2). Der Gitterabstand beträgt zunächst $60'' \times 60''$ (etwa 2 km); daraus resultieren $3\,900 \times 7\,200 = 28\,080\,000$ Gitterpunkte. Bei allen Berechnungen wurden die GRS80-Konstanten, Terme nullten Grades in der Kugelfunktionsentwicklung und das sogenannte »Zero-Tide«-System verwendet.

Im Folgenden werden die Quasigeoidlösungen EGG97 (Denker und Torge 1998), EGG97/GRACE (EGG97 Schwere- und Topographiedaten, GRACE-Geopotentialmodell) und EGG06/GRACE (Schwere- und Topographiedaten mit Status 2006, GRACE-Geopotentialmodell) näher diskutiert.

Bei den »GRACE«-Lösungen wurde stets das hochauflösende ($l_{max}=360$) Geopotentialmodell EIGEN-CG03C (Förste et al. 2005) verwendet, das auf einer Kombination von CHAMP-, GRACE- und terrestrischen Daten basiert. Die Untersuchungen mit anderen verfügbaren GRACE-Modellen zeigten, dass ein hochauflösendes Modell mit einem Entwicklungsgrad $l_{max}=360$ vorteilhaft ist, da hierdurch kleinere Residualgrößen beim Remove-Restore-Verfahren erhalten werden und damit Näherungen bei der Quasigeoidmodellierung eine geringere Auswirkung haben. Bei den Untersuchungen mit den reinen GRACE-Modellen wurden daher alle Koeffizienten ab Grad 90 durch entsprechende Werte aus dem Modell EGM96 ersetzt. Bei der Evaluierung der auf verschiedenen GRACE-Modellen basierenden Quasigeoidlösungen zeigten sich nur geringe Unterschiede, wobei die neueren Modelle mit GRACE-Daten aus einem längeren Beobachtungszeitraum geringfügig bessere Ergebnisse ergaben; daher werden hier stellvertretend nur die auf dem Geopotentialmodell EIGEN-CG03C beruhenden Lösungen näher diskutiert. Abb. 3 (rechts) enthält eine graphische Darstellung der entsprechenden Quasigeoidlösung. Die verwendeten spektralen Gewichte für das Modell EIGEN-CG03C sind in Abb. 4 dargestellt; zum Vergleich werden auch die entsprechenden Werte für ein neueres CHAMP-Modell (EIGEN-CHAMP03S) sowie

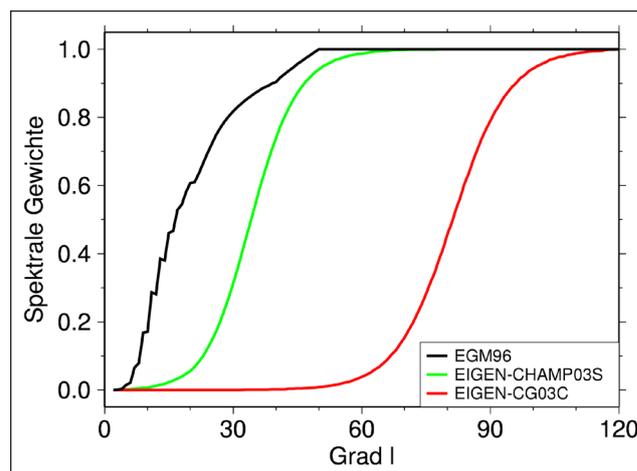


Abb. 4: Spektrale Gewichte im Zusammenhang mit dem Geopotentialmodell EGM96, einem neueren CHAMP-Modell sowie dem auf der GRACE-Mission basierenden Modell EIGEN-CG03C.

das Modell EGM96 gezeigt. Aus der Abbildung wird deutlich, dass die globalen Modelle nahezu vollständig die langwelligeren Feldanteile beitragen.

Alle berechneten Quasigeoidmodelle wurden schließlich durch unabhängige nationale sowie europäische GPS- und Nivellementsdaten evaluiert. In Tab. 1 ist eine

Tab. 1: Vergleich gravimetrischer Quasigeoidlösungen mit GPS- und Nivellementsdaten in Zentraleuropa.

GPS/Niv.	Quasigeoidlösung	Anzahl der Pkt.	Rms [m]	Min. [m]	Max. [m]	Verbesserung gegenüber EGG97
Deutschland (FRG)	EGG97	907	0,099	-0,192	+0,338	-
	EGG97/GRACE	907	0,036	-0,092	+0,120	64 %
	EGG06/GRACE	907	0,034	-0,095	+0,094	66 %
Belgien (B)	EGG97	31	0,061	-0,104	+0,102	-
	EGG97/GRACE	31	0,039	-0,080	+0,053	36 %
	EGG06/GRACE	31	0,030	-0,061	+0,049	51 %
Niederlande (NL)	EGG97	84	0,035	-0,062	+0,120	-
	EGG97/GRACE	84	0,023	-0,046	+0,058	34 %
	EGG06/GRACE	84	0,010	-0,035	+0,021	71 %
Frankreich (F)	EGG97	965	0,128	-0,297	+0,353	-
	EGG97/GRACE	965	0,085	-0,250	+0,257	34 %
	EGG06/GRACE	965	0,081	-0,245	+0,253	37 %
Österreich (A)	EGG97	106	0,108	-0,181	+0,247	-
	EGG97/GRACE	106	0,072	-0,130	+0,188	33 %
	EGG06/GRACE	106	0,038	-0,105	+0,112	65 %
Schweiz (CH)	EGG97	188	0,081	-0,129	+0,258	-
	EGG97/GRACE	188	0,059	-0,200	+0,294	27 %
	EGG06/GRACE	188	0,052	-0,168	+0,211	36 %
Kombination (FRG + B + NL + F + A + CH)	EGG97	2281	0,153	-0,371	+0,516	-
	EGG97/GRACE	2281	0,068	-0,252	+0,258	56 %
	EGG06/GRACE	2281	0,062	-0,245	+0,253	60 %

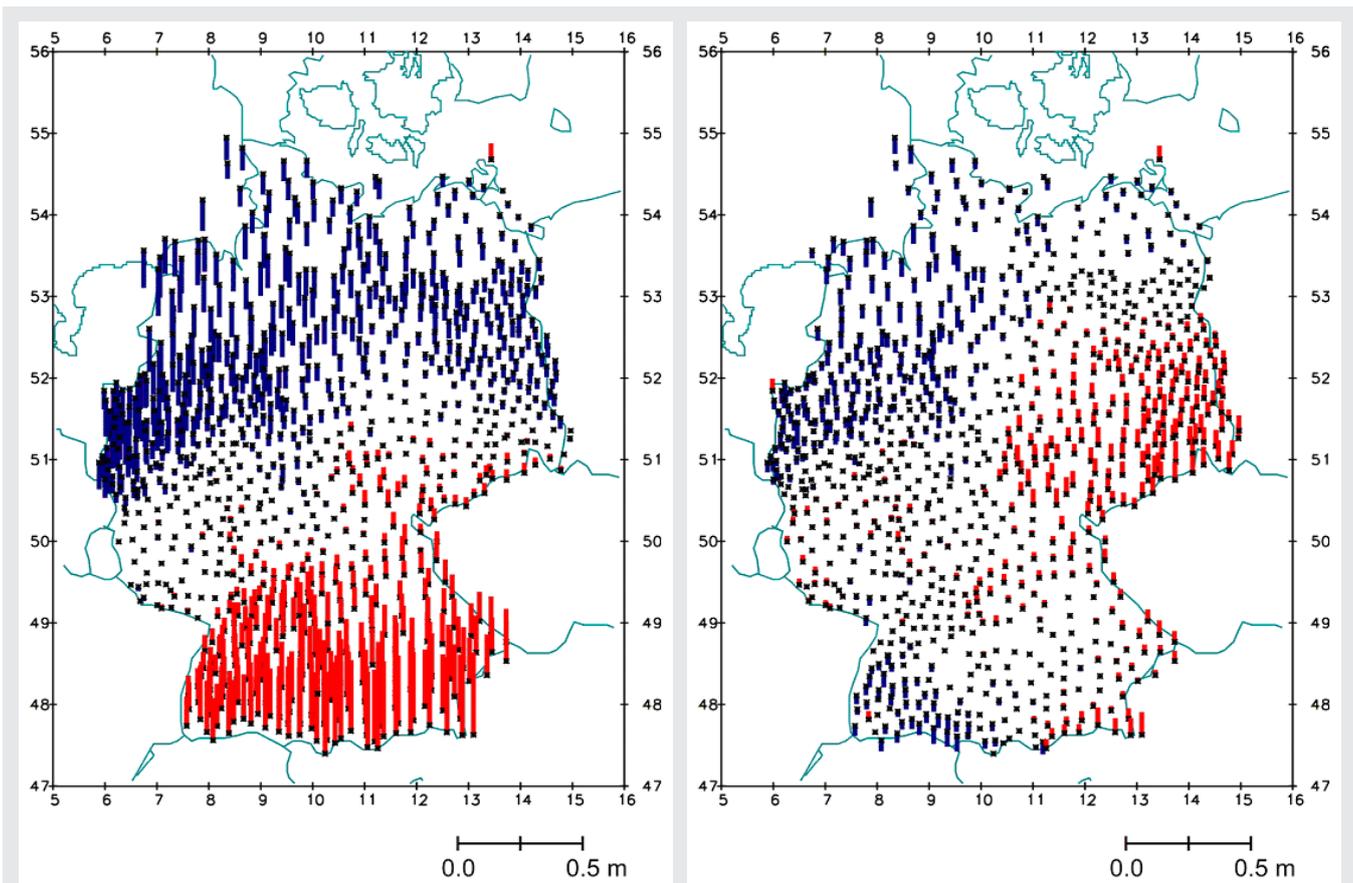


Abb. 5: Vergleich der gravimetrischen Quasigeoidlösungen EGG97 (links) und EGG06/GRACE (rechts) mit GPS- und Nivellementsdaten in Deutschland (Datensatz des BKG, s. Liesch et al. 2006).

Statistik der Differenzen nach Abzug eines konstanten Mittelwertes (notwendig zur Berücksichtigung unterschiedlicher Höhenniveaufestigungen) für ausgewählte GPS- und Nivellementskampagnen enthalten; es werden Ergebnisse für Deutschland, Belgien, Niederlande, Frankreich, Österreich und die Schweiz (alle innerhalb des Bereichs mit vollständig aufdatierten Schwere- und Topographiedaten) präsentiert. Ferner wurden die zuvor genannten nationalen Kampagnen in einem kombinierten Datensatz zusammengefasst, wobei die Transformation von den jeweiligen nationalen Höhensystemen in das EVRS näherungsweise durch eine Niveaunkonstante für jedes Land erfolgte. Für den deutschen GPS- und Nivellementsdatensatz (vom Bundesamt für Kartographie und Geodäsie BKG erstellt; siehe z.B. Liesch et al. 2006) sind die Differenzen zum EGG97 und EGG06/GRACE außerdem in Abb. 5 grafisch dargestellt. Die Resultate zeigen klar, dass allein durch die Einführung der GRACE-Geopotentialmodelle ein wesentlicher Fortschritt erreicht wurde. Die Rms-Differenzen für die Lösung EGG97/GRACE reduzieren sich gegenüber dem ursprünglichen Modell EGG97 (basiert auf EGM96) bereits um 27% (Schweiz) bis 64% (Deutschland). Die häufig bei Vergleichen mit dem EGG97-Modell auftretenden langwelligen Diskrepanzen in der Größenordnung von 0,1–1,0ppm sind in den auf GRACE basierten Lösungen erheblich reduziert worden auf typischerweise kleiner als

0,1 ppm (Denker et al. 2005). Neben den verbesserten globalen Geopotentialmodellen führt aber auch die Einbeziehung neuer Schwere- und Topographiedaten sowie die Neuprozessierung vorhandener Daten in allen Fällen zu einer zusätzlichen Genauigkeitssteigerung von 2% (Deutschland) bis 37% (Niederlande). Der Genauigkeitsgewinn ist dabei in den Gebieten besonders hoch, in denen die Datenbasis erheblich verbessert werden konnte (z.B. Niederlande, Belgien, Österreich, Schweiz). Mit aktuellen Schwere- und Topographiedaten sowie einem auf der GRACE-Mission basierenden globalen Geopotentialmodell werden schließlich Rms-Differenzen zwischen gravimetrischen Quasigeoidlösungen und GPS/Nivellement von etwa 1–4 cm für die Niederlande, Belgien, Deutschland und Österreich erzielt, während Werte von etwa 5 cm für die Schweiz (extremes Hochgebirge) sowie 8 cm für Frankreich (u.U. noch systematische Nivellementsfehler vorhanden) erhalten werden. Für den kombinierten GPS- und Nivellementsdatensatz mit einer Ausdehnung von einigen 1000 km ergibt sich eine Rms-Differenz von 6 cm. Über kürzere Entfernungen bis einige 100 km ist die Übereinstimmung besser und liegt durchaus im Bereich von etwa 1–2 cm. Außerdem ist anzumerken, dass die Rms-Differenzen Fehlerbeiträge aller beteiligten Datensätze (GPS, Nivellement, Quasigeoid) enthalten. Die erhaltenen Werte zeigen damit auch eine gute Übereinstimmung mit der internen Fehlerschätzung, die bei etwa bei 2–3 cm (basierend auf

den GRACE-Modellen) liegt. Insgesamt lässt sich feststellen, dass die in Zentraleuropa erhaltenen Genauigkeiten nahezu das Optimum darstellen, das mit Schwere- und Topographiedaten hoher Qualität und Überdeckung sowie mit den derzeit vorhandenen globalen Geopotentialmodellen (aus der GRACE-Mission) erreicht werden kann. Weitere Genauigkeitssteigerungen sind hier im Wesentlichen nur noch von verbesserten globalen Schwerefeldmodellen (z. B. aus der GOCE-Mission) zu erwarten, da bei den terrestrischen Daten in Zentraleuropa schon jetzt ein nahezu optimaler Stand erreicht ist. In den übrigen Teilen Europas sind mit entsprechend guten Ausgangsdaten ähnliche Resultate zu erwarten. Ein besonderes Problem stellen dabei bisher die Küstenzonen dar, da die Seegravimetrie diese Bereiche meistens nicht abdeckt und die altimetrischen Resultate dort wesentlich ungenauer sind als auf dem offenen Meer. So werden bei den GPS/Niv-Vergleichen mit dem europäischen EUVN-Datensatz (Ihde et al. 2000) auch die größten Differenzen in Stationen nahe der Mittelmeerküste, der Nordsee und des Nordatlantik gefunden (Denker et al. 2005). Hier könnten gezielte fluggravimetrische Vermessungen einiger Küstenregionen zu erheblichen Verbesserungen führen.

5 Ausblick

Im Rahmen des Europäischen Schwere- und Geoidprojekts (EGGP) wurden erhebliche Fortschritte bei der Sammlung und Aufbereitung hochauflösender Schwere- und Topographiedaten erzielt. Die Kombination dieser Datensätze mit einem globalen Schwerefeldmodell aus der GRACE-Mission führte zu erheblich verbesserten Geoid- und Quasigeoidlösungen gegenüber dem Modell EGG97; die Rms-Differenzen zu GPS- und Nivellements-kontrollpunkten verringerten sich insgesamt um etwa 35–70%. Außerdem konnten auch die häufig beim EGG97-Modell zu beobachtenden langwelligigen Fehler auf typischerweise kleiner als 0,1 ppm reduziert werden.

Die in Zentraleuropa durchgeführten Untersuchungen zeigen, dass mit hochauflösenden Schwere- und Topographiedaten sowie aktuellen globalen Schwerefeldmodellen aus der GRACE-Mission kontinentale Geoidberechnungen mit einem Genauigkeitspotential von etwa 3–5 cm möglich sind. Außerdem sind lokal und regional durchaus Übereinstimmungen mit GPS- und Nivellement im Bereich von 1–2 cm vorhanden. Ferner bietet die Kombination vorhandener GPS- und Nivellements-kontrollpunkte mit den gravimetrischen Geoid- und Quasigeoidlösungen die Möglichkeit, großräumig eine Übereinstimmung im Bereich von 1 cm zu erzielen. Ein aktuelles Beispiel hierfür ist das kombinierte Quasigeoidmodell für Deutschland (German Combined (Quasi)Geoid 2005, GCG2005; Liebsch et al. 2006), das durch zwei unabhängige Berechnungsverfahren im Rahmen einer Kooperation zwischen dem BKG und dem IfE erstellt wurde.

Die Datenbasis ist bisher noch unzureichend für viele Küstenzonen sowie für weite Teile Osteuropas. Ferner deuten sich Schwächen in der Modellierung im extremen Hochgebirge an, die weiter untersucht werden müssen. Mit dem genannten Genauigkeitspotential können jedoch schon jetzt zahlreiche Anwendungen bedient werden; dies sind u. a. auch eine entsprechend genaue Bestimmung des Potentialwertes der verwendeten Höhenreferenzfläche sowie die Bestimmung von Potentialdifferenzen zwischen verschiedenen nationalen Höhensystemen.

Dank

Der Autor dankt allen nationalen und internationalen Agenturen, die Schwere-, Topographie- sowie GPS- und Nivellementsdaten für das EGGP bereitgestellt haben. Besonderer Dank gebührt den Institutionen, die Daten für diesen Beitrag verfügbar gemacht haben; dies sind das Bundesamt für Kartographie und Geodäsie (BKG), Frankfurt a.M., alle Landesvermessungsämter in Deutschland, Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen (BEV), Wien, Swisstopo, Bundesamt für Landestopographie, Wabern, Institut Géographique National, Brüssel, Royal Observatory of Belgium, Brüssel, Dutch Survey Department, Ministry of Transport, Public Works and Water Management, Delft, und Institut Géographique National (IGN), Paris.

Literatur

- Andersen, O.B., P. Knudsen, R. Trimmer: Improved high resolution altimetric gravity field mapping (KMS2002 Global Marine Gravity Field). In: F. Sanso (ed.): A Window on the Future of Geodesy – Sapporo, Japan, June 30–July 11, 2003. IAG Symp., Vol. 128, 326–331, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2005.
- Brennecke, J., D. Lelgemann, W. Torge, H.-G. Wenzel: A European astrogravimetric geoid. Deutsche Geod. Komm., Reihe B, Nr. 269, Frankfurt a.M., 1983.
- Denker, H.: Hochauflösende regionale Schwerefeldbestimmung mit gravimetrischen und topographischen Daten. Wiss. Arb. der Fachr. Vermessungswesen der Univ. Hannover, Nr. 156, Hannover, 1988.
- Denker, H.: A new gravimetric quasigeoid for the Federal Republic of Germany. Deutsche Geod. Komm., Reihe B, Nr. 291, München, 1989.
- Denker, H.: Stand und Aussichten der Geoidmodellierung in Europa. ZfV 121, 264–277, 1996.
- Denker, H.: Evaluation of SRTM3 and GTOPO30 terrain data in Germany. In: C. Jekeli, L. Bastos, J. Fernandes (eds.): Gravity, Geoid and Space Missions – GGSM2004, IAG Internat. Symp., Porto, Portugal, 2004. IAG Symp., Vol. 129, 218–223, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2005.
- Denker, H., J.-P. Barriot, R. Barzaghi, R. Forsberg, J. Ihde, A. Kenyeres, U. Marti, I.N. Tziavos: Status of the European Gravity and Geoid Project EGGP. In: C. Jekeli, L. Bastos, J. Fernandes (eds.): Gravity, Geoid and Space Missions – GGSM2004, IAG Internat. Symp., Porto, Portugal, 2004. IAG Symp., Vol. 129, 125–130, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2005.
- Denker, H., M. Roland: Compilation and evaluation of a consistent marine gravity data set surrounding Europe. In: F. Sanso (ed.): A Window on the Future of Geodesy – Sapporo, Japan, June 30–July 11, 2003. IAG Symp., Vol. 128, 248–253, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2005.

- Denker, H., W. Torge: The European Gravimetric Quasigeoid EGG97 – An IAG supported continental enterprise. In: R. Forsberg, M. Feissel, R. Dietrich (eds.): *Geodesy on the Move – Gravity, Geoid, Geodynamics and Antarctica*. IAG Symp., Vol. 119, 249–254, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1998.
- Denker, H., H.-G. Wenzel: Local geoid determination and comparison with GPS results. *Bulletin Géodésique* 61, 349–366, 1987.
- ESA: The four candidate Earth Explorer core missions – Gravity field and steady-state ocean circulation mission. Earth Sciences Division, Earth Observation Preparatory Programme, SP-1233(1), Noordwijk, The Netherlands, 1999.
- Forsberg, R.: Modelling the fine-structure of the geoid: methods, data requirements and some results. *Surveys in Geophys.* 14, 403–418, 1993.
- Forsberg, R., S. Kenyon: Gravity and geoid in the Arctic Region – The northern GOCE polar gap filled. *Proceed. 2nd Internat. GOCE Workshop*, Esrin, March 8–10, 2004.
- Forsberg, R., C. C. Tscherning: The use of height data in gravity field approximation by collocation. *Journal of Geophys. Research* 86, 7843–7854, 1981.
- Förste, C., und 13 andere: A new high resolution global gravity field model derived from combination of GRACE and CHAMP mission and altimetry/gravimetry surface gravity data. *Poster, EGU General Assembly 2005*, Wien, 24–29 April 2005.
- Heitz, S.: Eine astronomisch-geodätische Geoidbestimmung für Westdeutschland. *Deutsche Geod. Komm., Reihe B*, Nr. 167, Frankfurt a.M., 1969.
- Ihde, J., J. Adam, W. Gurtner, B.G. Harsson, M. Sacher, W. Schlüter, G. Wöppelmann: The height solution of the European Vertical Reference Network (EUVN). *Veröff. Bayer. Komm. für die Internat. Erdmessung, Astronom. Geod. Arb.*, Nr. 61, 132–145, München, 2000.
- JPL: SRTM – The mission to map the world. Jet Propulsion Laboratory, California Inst. of Techn., <http://www2.jpl.nasa.gov/srtm/index.html>, 2004.
- Lelgemann, D.: Zur gravimetrischen Berechnung des Geoids der Bundesrepublik Deutschland. *Deutsche Geod. Komm., Reihe A*, Nr. 77, Frankfurt a.M., 1974.
- Lelgemann, D., D. Ehlert, H. Hauck: Eine astrogravimetrische Berechnung des Geoids der Bundesrepublik Deutschland. *Deutsche Geod. Komm., Reihe A*, Nr. 77, Frankfurt a.M., 1981.
- Lemoine, F.G., und 14 andere: The development of the joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) geopotential model EGM96. NASA/TP-1998-206861, Greenbelt, Md., U.S.A., 1998.
- Levallois, J.J., H. Monge: Le géoïde Européen, version 1978. *Proceed. Internat. Symp. on the Geoid in Europe and Mediterranean Area*, Ancona 1978, 153–164, Soc. Ital. di Fotogrammetria e Topografia, Ancona, 1978.
- Liebsch G., U. Schirmer, J. Ihde, H. Denker, J. Müller.: Quasigeoidbestimmung für Deutschland. *DVW-Schriftenreihe*, No. 49, 127–146, 2006.
- LP DAAC: Global 30 arc-second elevation data set GTOPO30. Land Process Distributed Active Archive Center, <http://edcdaac.usgs.gov/gtopo30/gtopo30.asp>, 2004.
- Reigber, Ch., und 13 andere: Earth gravity field and seasonal variability from CHAMP. *Earth Observation with CHAMP*, 25–30, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2004a.
- Reigber, Ch., und 7 andere: An Earth gravity field model complete to degree and order 150 from GRACE: EIGEN-GRACE02S. *J. of Geodynamics*, doi: 10.1016/j.jog.2004.07.001, 2004b.
- Sansò, F., C. C. Tscherning: Fast spherical collocation: theory and examples. *Journal of Geodesy* 77, 101–112, 2003.
- Tapley, B.D., S. Bettadpur, J.C. Ries, P.F. Thompson, M.M. Watkins: GRACE measurements of mass variability in the Earth system. *Science*, Vol. 305, 503–505, 2004.
- Tapley, B.D., und 12 andere: GGM02 – An improved Earth gravity field model from GRACE. *Journal of Geodesy*, doi 10.1007/s00190-005-0480-z, 2005.
- Torge, W.: Untersuchungen zur Höhen- und Geoidbestimmung im dreidimensionalen Testnetz Westharz. *ZfV* 102, 173–186, 1977.
- Torge, W.: Zur Geoidbestimmung im Meeresbereich. In: *Geodaesia Universalis – Festschrift Karl Rinner zum 70. Geburtstag*, Mitt. Geod. Inst. T.U. Graz, Folge 40, 346–355, 1982.
- Torge, W., H. Denker: Zur Entwicklung der Geoidmodellierung in Europa. *ZfV* 116, 220–230, 1991.
- Torge, W., H. Denker: Zur Verwendung des Europäischen Gravimetrischen Quasigeoids EGG97 in Deutschland. *ZfV* 124, 154–166, 1999.
- Torge, W., F.M. Monka, G. Weber, H.-G. Wenzel: Bericht über die Tätigkeiten des Teilprojekts P1 »Geoidbestimmung im Küsten- und Meeresbereich« im Jahre 1983. *SFB 149, Jahresbericht 1983*, Wiss. Arb. der Fachr. Vermessungswesen der Univ. Hannover, Nr. 136, 9–20, Hannover, 1984.
- Torge, W., G. Weber, H.-G. Wenzel: Computation of a high resolution European Gravimetric Geoid. *Proceed. 2nd Internat. Symp. on the Geoid and Mediterranean Area*, 437–460, Rom, 1982.
- Torge, W., G. Weber, H.-G. Wenzel: Ein hochauflösendes gravimetrisches Geoid für Europa und angrenzende Meeresbereiche. *ZfV* 108, 321–331, 1983.
- Wenzel, H.-G.: Zur Geoidbestimmung durch Kombination von Schwereanomalien und einem Kugelfunktionsmodell mit Hilfe von Integralformeln. *ZfV* 106, 102–111, 1981.
- Wenzel, H.-G.: Geoid computation by least squares spectral combination using integral kernels. *Proceed. IAG General Meeting*, 438–453, Tokyo, 1982.
- Wolf, H.: Die angenäherte Bestimmung des Geoids mittels astronomischen Nivellements im Bereich des zentraleuropäischen Netzes. *Veröff. Inst. f. Erdmessung*, Heft 6, Teil I, 57–75, Bamberg, 1949.

Anschrift des Autors

Dr.-Ing. Heiner Denker
 Institut für Erdmessung, Leibniz Universität Hannover
 Schneiderberg 50, 30167 Hannover
 denker@ife.uni-hannover.de
 Tel.: 0511 762-2796 | Fax: 0511 762-4006